BULLETIN DU

PCM

ASSOCIATION PROFESSIONNELLE DES INGÉNIEURS
DES PONTS ET CHAUSSÉES ET DES MINES

28 Rue des Saints-Pères - Paris-7e

LIX° ANNÉE — SÉRIE C — N° 1 MENSUEL JANVIER 1962

ASSOCIATION PROFESSIONNELLE DES INGÉNIEURS DES PONTS ET CHAUSSÉES ET DES MINES

SIEGE SOCIAL
28, rue des Saints-Peres PARIS-VII°

bulletin du P. C. M.

RÉDACTION :
28, rue des Saints-Peres PARIS-VII°
Telephone LITtre 25-33

PUBLICITÉ :
254, rue de Vaugirard, PARIS XV°.
Telephone LECourbe 27-19

SOMMAIRE

ASSEMBLÉE GÉNÉRALE ORDINAIRE ANNUELLE DU P.C.M. en 1962

Le Comité d'administration du P.C.M. a retenu la date du mercredi 14 mars prochain pour l'Assemblée Générale Ordinaire annuelle de l'Association en 1962. L'Assemblée se tiendra l'après-midi et sera suivie du banquet annuel.

Le Comité du P.C.M. souhaite que le plus grand nombre possible de Camarades participe à ces manifestations et il leur demande de retenir dès maintenant les dates indiquées ci-dessus. Toutes informations complémentaires utiles seront données dans le Bulletin de février 1962.

Nous signalons dès à présent que, pour le renouvellement du Comité du P.C.M. en 1962, les délégués suivants de la Section Ponts et Chaussées sont sortants :

— Délégués Généraux : MM. **Durand-Dubief** et **Lassalvy** (rééligibles), **Alias** (non rééligible).

— Délégués de Groupe :

Groupe de Paris : M. **Pébereau** (rééligible).
Groupe de Lyon : M. **Costet** (rééligible).
Groupe de Bordeaux : M. **Fuzeau** (non rééligible).
Groupe du Mans : M. **Trotel** (rééligible).

Par ailleurs, la Section Mines doit procéder en 1962 au renouvellement de trois délégués, les délégués sortants étant MM. **Dauvergne**, **Gouni** et **Pertus.**

LE BAL ANNUEL

DE L'ÉCOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSÉES

Le Bal 1962 de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées aura lieu cette année le **samedi 24 février** à l'Hôtel du Palais d'Orsay, quai A. France, sous la présidence effective de M. Robert **Buron**, Ministre des Travaux Publics et des Transports.

Tous nos camarades sont invités à cette manifestation de solidarité et de bienfaisance dont le produit est partagé entre l'Amicale de Secours des Ingénieurs des Ponts et des Mines et l'Association amicale des Ingénieurs anciens élèves de l'Ecole.

Ceux qui ne pourraient venir peuvent nous aider en participant à la tombola organisée à cette occasion et en faisant connaître notre bal à leurs amis.

Cartes, billets de tombola, renseignements complémentaires peuvent être obtenus auprès du Secrétaire de la Commission du bal, P. **Titus**, Maison des Mines et des Ponts et Chaussées, 270, rue Saint-Jacques, Paris V^e, Tél. ODEon 77.25.

AVIS

Le Bureau de Prospection des Experts, Service de Coopération Technique Internationale, Ministère des Affaires Etrangères, 23, rue La Pérouse, KLEber 52.00, poste 27.61, reçoit constamment des demandes d'experts, ayant une expérience d'une dizaine d'années dans leur spécialité, pour effectuer des missions temporaires dans les pays en voie de développement. Les rémunérations offertes sont du niveau international. Tous les techniciens envisageant favorablement l'éventualité de s'absenter pour des périodes variant de quelques mois à plusieurs années sont priés de se faire connaître à l'adresse précitée en vue de la constitution de leur dossier.

Évolution au cours des dernières années de l'enseignement des Mathématiques à l'École Polytechnique

par P. LHERMITTE

Ingénieur des Ponts et Chaussées

INTRODUCTION.

L'Ecole Polytechnique, depuis son origine, distribue un enseignement résolument orienté vers l'action et les réalisations personnelles. Cette forme d'enseignement lui a permis de former à la fois de grands ingénieurs et de grands savants, et constitue, sans conteste, une des raisons d'être de notre « vieille maison ». Dans la pratique, ce souci s'est traduit par la coexistence d'un enseignement purement scientifique et de cours de sciences appliquées. L'enseignement des mathématiques — que nous classerons dans les sciences pures — a été marqué par cette préoccupation, et son évolution a suivi l'évolution de la pensée mathématique contemporaine dans la mesure où celle-ci était suffisamment mûrie pour constituer un instrument à la fois éducatif et utilisable par le technicien.

Au fur et à mesure de cette évolution, les acquisitions passées, nées le plus souvent à propos de problèmes particuliers, constituèrent — en ce qui concerne les résultats fondamentaux — des enseignements séparés qui se substituèrent, progressivement, à l'enseignement de l'art de l'ingénieur.

Lors des premières années, l'enseignement mathématique de l'X comprenait essentiellement un cours d' « Analyse et Mécanique » — la Mécanique constituait alors une partie des mathématiques, domaine particulièrement fécond puisque ce furent les mécaniciens qui développèrent largement le calcul analytique —. En 1852 fut créée une chaire de « Géométrie » en même temps que le cours de « Fortifications » disparaissait.

1851 vit la chaire d'Analyse et Mécanique scindée en deux : un enseignement purement mathématique le cours d'analyse, et un enseignement de mathématiques appliquées : le cours de mécanique. A la même époque (1854) était supprimé le cours de « Géodésie, Topographie, Machines Arithmétique sociale » — dont **Arago** fut titulaire de 1816 à 1831 — mais remplacé par un cours d'Astronomie.

Ces remaniements étaient la conséquence de l'évolution de la pensée mathématique de cette époque.

C'est d'une façon tout à fait semblable, parallèlement à l'évolution de la pensée mathématique moderne, que s'est transformé, ces dernières années, l'enseignement mathématique à l'X.

L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE EN 1920.

Les mathématiques étaient enseignées en 1920, à l'Ecole polytechnique, par trois grands professeurs : d'**Ocagne,** titulaire de la chaire de Géométrie, **Hadanard** et **Humbert** en Analyse.

Si l'on distribuait par mégarde à un jeune X actuellement à l'Ecole, les « Feuilles » de cette époque, il serait fort surpris à bien des points de vue :

— il retrouverait tout d'abord des développements sur l'intégration des équations différentielles, ou le calcul des intégrales qu'il a étudié en taupe ; il en serait de même en ce qui concerne les coniques et quadriques ou les épures de descriptives — ou plutôt, il contemplerait inquiet ce passé désuet et maintenant banni des programmes de Spéciales,

— il y verrait également de larges développements sur le calcul graphique, la statique graphique, la stéréotomie, le calcul numérique, et en particulier des développements fondamentaux sur le calcul des fonctions, qui lui rappelleraient peut-être quelques titres d'une partie qu'il n'ouvrira jamais de son cours de Mathématiques Appliquées : Transformations (Perspectives), Théorie des engrenages, Statique graphique, Calcul numérique,

— enfin, il trouverait exposée de façon simple et claire la géométrie infinitésimale, la théorie des fonctions analytiques, le calcul des variations, les équations différentielles et aux dérivées partielles ; et il constaterait que la formule de **Stokes,** ou le potentiel newtonien sont considérés comme un résultat fondamental du cours d'analyse et il comprendrait peut-être pourquoi les « répétiteurs de Mécanique » sont stupéfaits devant l'ignorance à peine croyable dont fait preuve le conscrit moyen dans ce domaine.

En bref, les cours de cette époque contenaient l'essentiel de l'Analyse différentielle et intégrale, et leurs applications géométriques.

L'ÉVOLUTION JUSQU'A CES DERNIÈRES ANNÉES.

Quelles furent les grandes novations de l'enseignement des mathématiques depuis 1920 en dehors du bouleversement récent ?

On peut y distinguer les principaux points suivants :

— introduire de la rigueur dans la théorie des fonctions,
— le calcul des probabilités,
— le calcul vectoriel et tensoriel.

L'introduction de la rigueur dans le raisonnement mathématique a constitué la première amorce de logique mathématique dans l'enseignement de l'Ecole Polytechnique. La mathématique n'était plus un outil de l'ingénieur, elle devenait une construction logique dont les axiomes étaient parfaitement précisés. On voit alors se développer dans les cours d'Analyse de **Levy** ou de **Chapelon** des théorèmes d'existence, des conditions d'unicité de la solution, des considérations sur les infiniments petits et des notions de convergences, qui sont les premiers symptômes du bouleversement de la pensée mathématique à la suite des travaux d'Evariste **Galois** (mort en 1832) puis de **Lebesgue.** Le développement de ces considérations de rigueur provoque par ailleurs un perfectionnement de la théorie des fonctions analytiques, du calcul numérique des fonctions et de la résolution de l'équation de **Laplace,** qui donna alors à cette partie du cours d'Analyse un formalisme comparable à celui de la Mécanique rationnelle — stricto sensu —.

A la même époque, le calcul des Probabilités prenait une large place dans le cours d'Analyse et, en quelques années, trouvait sa forme définitive et imprimait aux générations de polytechniciens sa marque très particulière. On peut penser que la pénétration, actuellement de plus en plus profonde, des probabilités subjectives dans les problèmes sociaux, économiques et techniques, fut largement facilitée par la formation probabiliste que les professeurs d'Analyse de l'Ecole infligèrent très rapidement aux promotions de cette époque.

A la suite de ces adjonctions, le volume du cours augmenta considérablement. Aussi en 1940, fut créée la chaire de Mathématiques Appliquées (M. **Brard**) afin d'alléger le cours d'Analyse des notions qui ne constituaient plus une discipline fondamentale, mais un outil d'ingénieur suffisamment élaboré.

A ce titre, le Calcul des Probabilités — 10 à 15 ans seulement après son introduction dans l'enseignement mathématique de l'Ecole —, la Théorie des fonctions analytiques et de l'Equation de **Laplace,** le Calcul numérique des fonctions, constituèrent les parties essentielles du cours de Mathématiques Appliquées. On y ajouta les vestiges dont la tradition encombrait encore les cours d'Analyse : Perspectives, Engrenages, Statique graphique — pages célèbres que les « crotaux » eux-mêmes ne « dépucèlent » jamais, prétend la tradition.

A cette date, des notions de calcul vectoriel et tensoriel avaient pénétré depuis quelques années dans les Cours d'Analyse. Dès la première année de son enseignement, M. **Julia,** succédant à d'**Ocagne** en 1937 à la chaire de Géométrie, introduisait largement la notation vectorielle et tensorielle. L'étude du cours de géométrie, qui abordait également la géométrie infinitésimale et la cinématique, redevenait une formation d'esprit et apportait aux futurs ingénieurs une méthode de travail nouvelle que la Mécanique et la Physique utilisent largement. Citons, en particulier, la clarté que les notations vectorielles et tensorielles ont apportée dans le cours de Mécanique rationnelle, en séparant complètement les repères de projections — dans lesquels s'effectuent les calculs — des repères de mouvement indépendant des axes de projection et dans lesquels sont valables les lois fondamentales de la Mécanique.

LE BOULEVERSEMENT RÉCENT.

Ces dernières années une nouvelle transformation a bouleversé l'enseignement des mathématiques à l'Ecole Polytechnique.

Depuis déjà 5 ans, le cours de Géométrie s'intitule : cours d'Algèbre et de Géométrie et laisse une large place aux « Notions d'Algèbre abstraites ».

Les nouveaux professeurs d'Analyse, M. **Favard** d'abord, M. **Schwartz** l'année dernière, ont complètement renouvelé le cours d'Analyse.

Il faut voir là sans conteste, les conséquences des mutations profondes intervenues dans la pensée mathématique moderne — et qui est caractérisée pour certains par le battage fait autour du « bourbakisme » ; mais le « bourbakisme » est aux mathématiques modernes ce que la « bataille d'Hernani » était au romantisme.

Au cours de ces dernières décades, l'Algèbre de l'étude des équations — dont le point de départ peut-être retrouvé chez **Gallois** — a évolué vers des problèmes plus généraux et plus abstraits. Parallèlement, la Théorie des nombres a fait des progrès considérables vers une algébrisation marquée par l'emploi des notions de groupes et de corps.

On peut rattacher cette forme de pensée à la constitution d'une logique des mathématiques, d'une « axiomatique » dont le maniement aurait la valeur formatrice d'un enseignement philosophique particulier. Et de ce seul point de vue, l'introduction de l'algèbre moderne est justifiée. Mais elle constitue de plus un moyen d'analyse efficace ; elle jette un pont entre le continu et le discontinu, regroupe en une remarquable unité la rigueur de la théorie des fonctions et les évidences de l'arithmétique — qui appartiennent au domaine du discontinu.

Il est hors de doute que cette orientation des mathématiques vient à son heure.

Les sciences sociales, économiques et humaines, la recherche opérationnelle entre autres, utilisent largement les mathématiques « insolites » et le discontinu est constamment présent dans les problèmes qui s'y rattachent.

Les méthodes modernes de calcul et de résolution des problèmes diffèrent largement des méthodes passées du calcul numérique ; les machines de calcul électroniques modernes travaillent dans un univers discontinu.

Peut-on en déduire que l'évolution de la pensée mathématique est la conséquence des nécessités pratiques. Nous ne le croyons pas. Pas plus que nous ne pensons que la mutation de l'algèbre a permis de mettre en pratique une règle de l'art nouvelle. Nous y voyons plutôt la symbiose de deux formes inséparables de la pensée humaine : les mathématiques insolites existaient avant leur utilisation pratique, mais leur développement, la part relative d'intérêt qu'on y porte, donc de chercheurs qui s'y adonnent, est la conséquence d'un besoin ressenti.

Que l'enseignement de l'Ecole Polytechnique en ait tenu compte est une preuve que l'X est encore adaptable aux structures actuelles.

Notre propos n'est certes pas, de donner ici un « digest » des divers aspects de la pensée mathématique moderne ; au lecteur qui souhaiterait trouver un exposé mi-scientifique, mi-philosophique, de l'évolution et de l'aboutissement actuels de cette pensée, nous conseillons de se reporter au livre de L. **Félix** : L'ASPECT MODERNE DES MATHEMATIQUES. Pour éclairer ce côté particulier de l'enseignement des mathématiques, nous avons placé en annexe, quelques pages de cet ouvrage, qui apportent des aperçus caractéristiques sur ce que « Nicolas **Bourbaki** » appel la « méta-mathématique ».

SES CONSÉQUENCES ET SES PROLONGEMENTS.

Ce bouleversement dans l'enseignement des mathématiques a-t-il atteint sa forme définitive ? Nous ne le pensons pas et nous espérons qu'il n'en est rien, car toutes les conséquences ne sont pas positives !

Il est d'abord certain que l'algèbre moderne déroute les jeunes promotions par suite de la rupture qu'elle représente entre la mathématique taupinale de l'X (1). Elle exige tout d'abord un gros effort de mémoire pour pénétrer dans le monde des « ensembles, des anneaux et des corps », pour se familiariser avec les propriétés axiomatiques « d'associativité » avec les « éléments neutres », et pour apprendre à manier le langage des « métriques abstraites ».

Mais d'un autre côté, cette spéculation logique, relègue au second plan les outils traditionnels que l'analyse apporte à l'ingénieur.

Les jeunes promotions ne savent pas résoudre une équation différentielle et sont absolument terrorisées par la formule d'**Ostrogradsky.** Elles manient les matrices mais sont incapables de projeter un moment cinétique (écrit à l'aide de la notation tensorielle) sur des axes de coordonnées. Il y a là un divorce qui est grave, à une époque où l'X ne se contente pas de former un petit nombre de savants, mais désire fournir à l'industrie française un contingent important d'ingénieurs de haute formation.

Enfin, la formation actuelle n'aborde pas les méthodes modernes de résolution numérique des problèmes, conséquences pratiques directes de l'algèbre moderne. On aimerait trouver dans le cours de Mathématiques Appliquées, à la place peut-être du calcul numérique, quelques aperçus sur les machines de calcul arithmétique, sur la programmation linéaire, la méthode du simplex, la théorie des graphes, etc...

⁂

Et nous pensons que c'est dans cette voie que devra s'orienter l'enseignement des mathématiques à l'X dans les années à venir.

Tout en sauvegardant l'unité des mathématiques, la formule d'enseignement à venir devrait séparer les trimestres de « chiade » en distinguant :

— la « philosophie mathématique », comprenant l'Algèbre moderne et la Théorie des nombres (théorie des ensembles, topologie, théorie des fonctions, etc...),

— les mathématiques de l'ingénieur et du physicien qui apprendraient à l'élève — avec des périodes de travail distinctes — le maniement des équations différentielles et intégrales, de l'algèbre des nombres entiers, du calcul des probabilités, du calcul matriciel,...

— les Mathématiques appliquées — stricto sensu — dont le champ relativement vaste pourrait aller de l'équation **Laplace** — qui reste fondamentale — à la programmation linéaire en passant par l'utilisation des machines arithmétiques et la théorie des jeux.

(1) Ceci devient d'ailleurs de moins en moins vrai, au fur et à mesure que le souffle de réformes pénètre également l'enseignement des Spéciales.

ANNEXE [1]

I. Logique et Symbolisme

La logique élémentaire peut être présentée sous deux formes : Si elle compare les qualités, les attributs d'objets, c'est la logique des prédicats ou *logique en intention.* Si elle porte son attention sur les classes d'objets qui ont ces propriétés ou attributs, c'est la logique des ensembles, ou des classes, dite aussi *logique en extension.*

La langue employée en mathématique ne doit pas être ambiguë ; c'est pourquoi aucune assertion ne doit être isolée, mais au contraire précédée d'une phrase qui en détermine la signification. Nous allons donner des formes assez précises pour que, dans ce que nous considérerons, la traduction d'une logique dans l'autre soit effectivement possible ; nous pourrons alors choisir le symbolisme le plus favorable dans l'exposé mathématique d'une théorie.

Tout énoncé sera précédé de « Il s'agit d'objets de tel *référentiel* », c'est-à-dire d'objets plus ou moins bien déterminés mais dont nous saurons quels sont les attributs permis ; ainsi, lorsqu'il s'agit de triangles, nous pourrons les qualifier de « rectangles » ou « d'isocèles », mais non de « chauds » ou de « lourds » (Ce que la logique théorique ne rejette pas toujours).

a) *Logique en intention.*

Une assertion attribue une qualité à un objet du référentiel. Il faut distinguer en mathématique deux sortes d'assertions :

1) Il s'agit de nombres entiers naturels, et je dis « 5 est impair » ou bien « 6 est impair ». La première de ces assertions est *vraie*, l'autre est *fausse.*

2) Même référentiel ; je dis « x est impair ». C'est une assertion vraie ou fausse suivant le choix du nombre x. La valeur « vrai » ou « faux » de l'assertion dépend du choix de x parmi les nombres entiers ; c'est une fonction de x ; aussi l'assertion est-elle appelée une *fonction propositionnelle.* La fonction ne peut prendre que deux valeurs : « vrai » ou « faux ». En logique formelle, on attribue souvent le nombre 1 à la valeur « vrai » et le nombre 0 à la valeur « faux ». La logique dont nous parlons est donc une *logique à deux valeurs.*

Une *implication* ou *inférence* entre deux assertions (1) et (2) se note : assertion (1) $\Longrightarrow$ assertion (2) par exemple, s'il s'agit de polygones.

T est un triangle $\Longrightarrow$ T est convexe.

Nous nommerons $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ des assertions, et l'implication s'écrit

$$\mathcal{A} \Longrightarrow \mathcal{B} \qquad \text{(I)}$$

(I) est l'assertion « $\mathcal{A}$ implique $\mathcal{B}$ » qui, par définition, a la valeur « vrai » si $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ ont la valeur « vrai » et qui a la valeur « faux » si $\mathcal{A}$ à la valeur « vrai » et $\mathcal{B}$ la valeur « faux ».

Cette assertion (I) n'a aucune valeur et ne peut être utilisable si $\mathcal{A}$ a la valeur « faux ».

Si (1) est vrai dans une théorie, c'est une *relation vraie* de cette théorie : un théorème, ou éventuellement, un axiome de cette théorie. On a dans ce cas le tableau de valeurs de (I), (tableau à double entrée analogue à une table d'opérations) :

	$\mathcal{A}$
	1
$\mathcal{B}$ 1	1
0	0

La propriété fondamentale de l'implication est la *transitivité* ;

Considérons les trois implications

(I) $\mathcal{A} \Longrightarrow \mathcal{B}$ (II) $\mathcal{B} \Longrightarrow \mathcal{C}$ (III) $\mathcal{A} \Longrightarrow \mathcal{C}$

Si *(I) et (II) ont la valeur « vrai », il en est de même de (III).*

Cette phrase est une nouvelle implication que je peux écrire

$$[(\text{I}) \text{ et } (\text{II})] \Longrightarrow (\text{III})$$

Le premier membre de cette dernière implication est dite formée par *conjonction* des assertions (I) et (II).

Plus généralement, soient $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ deux assertions d'une théorie :

a) *La conjonction* de $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ est l'opération logique par laquelle on forme une nouvelle assertion $\mathcal{C}$ dont les valeurs sont définies par le tableau (table de l'opération) :

	$\mathcal{A}$	
	1	0
$\mathcal{B}$ 1	1	0
0	0	0

On écrit

$\mathcal{C} = \mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$, ou $\mathcal{C} = \mathcal{A}\ \&\ \mathcal{B}$

ou parfois

$$\mathcal{C} = \mathcal{A} + \mathcal{B}$$

b) Autre opération : *la disjonction de deux assertions.*

C'est l'opération logique qui, à partir de deux assertions $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ en forme une troisième $\mathcal{D}$ dont les valeurs sont indiquées dans le tableau :

On écrit

$$\mathcal{D} = \mathcal{A} \text{ ou } \mathcal{B},$$

ou encore

$$\mathcal{D} = \mathcal{A} \vee \mathcal{B}$$

	$\mathcal{A}$	
	1	0
$\mathcal{B}$ 1	1	1
	1	0

(Le mot « ou » signifie ici que $\mathcal{D}$ est vrai quand *au moins l'une* des deux assertions $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ est vraie ; ce n'est pas un sens exclusif).

Ainsi, $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ peut servir de premier membre à une implication si $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ sont tous deux vrais ; $\mathcal{A} \vee \mathcal{B}$ peut servir si l'un au moins est vrai. En particulier $\mathcal{A}\ \&\ \mathcal{A} = \mathcal{A}$ et $\mathcal{A} \vee \mathcal{A} = \mathcal{A}$.

Ces deux opérations sont chacunes *commutatives* comme le montrent les tableaux qui leur correspondent

$\mathcal{A}\ \&\ \mathcal{B} \Longleftrightarrow \mathcal{B}\ \&\ \mathcal{A}$, $\qquad \mathcal{A} \vee \mathcal{B} \Longleftrightarrow \mathcal{B} \vee \mathcal{A}$

[1] Extrait de « **L'Aspect moderne des Mathématiques** » de Mlle L. **Félix**.

Si on les réitère, on voit qu'elles sont aussi *associatives*

$$(\mathcal{A} \;\&\; \mathcal{B}) \;\&\; \mathcal{C} \Longleftrightarrow \mathcal{A} \;\&\; (\mathcal{B} \;\&\; \mathcal{C}),$$
$$(\mathcal{A} \vee \mathcal{B}) \vee \mathcal{C} \Longleftrightarrow \mathcal{A} \vee (\mathcal{B} \vee \mathcal{C})$$

mais ces propriétés se verront plus aisément par leur traduction dans la logique en extension.

c) *La négation d'une assertion.*

C'est l'opération par laquelle on passe, par exemple de « x est impair » à « x n'est pas impair », ou bien, s'il s'agit par exemple de polygones « X est un carré » à « X n'est pas un carré ». La négation d'une assertion est donc une autre assertion qui a la valeur « vrai » si l'autre a la valeur « faux » et qui a la valeur « faux » si l'autre a la valeur « vrai ».

Si une assertion est notée $\mathcal{A}$, sa négation se note « non $\mathcal{A}$ » ou parfois $\mathcal{A}'$. D'après la définition même, la négation de la négation est l'assertion primitive.

Les trois opérations définies ne sont pas indépendantes, car on a par exemple :

$$\text{non } (\mathcal{A} \;\&\; \mathcal{B}) \Longleftrightarrow (\text{non } \mathcal{A}) \vee (\text{non } \mathcal{B})$$

Ceci se démontre aisément au moyen des tableaux, car les deux membres indiquent les opérations définies par les tableaux

		valeurs de $\mathcal{A}$ 1	valeurs de $\mathcal{A}$ 0
valeurs de $\mathcal{B}$	1	0	1
	0	1	1

et

		valeurs de non $\mathcal{A}$ 1	valeurs de non $\mathcal{A}$ 0
valeurs de non $\mathcal{B}$	1	1	1
	0	1	0

ce qui est bien équivalent.

Nous avons donné cette démonstration pour faire pressentir la possibilité de remplacer les questions que pose cette logique par des études faites sur ces tableaux : c'est ce qu'on nomme la méthode des *matrices*.

Mais un énoncé fondamental est le suivant : *tout théorème d'une théorie peut être exprimé par l'une ou l'autre de deux implications que l'on nomme contraposées l'une de l'autre* :

$$(\text{T}) \;;\; \mathcal{A} \Longrightarrow \mathcal{B} \;;\; (\text{U}) \;\; (\text{non } \mathcal{B}) \Longrightarrow (\text{non } \mathcal{A})$$

Par exemple, s'il s'agit de polygones, $\mathcal{A}$ peut être « x est un triangle » et $\mathcal{B}$, « x est convexe ». Si « x est un triangle » implique qu'il est convexe, dire qu'il n'est pas convexe implique qu'il n'est pas triangle et inversement.

Cet énoncé traduit le *principe du tiers exclus* et il sert pour le *raisonnement par l'absurde*. On voit, par les deux tableaux différents qu'ont (T) et (U), que nous ne pouvons pas le démontrer avec ce qui précède,

Valeurs de (T)		$\mathcal{A}$ 1
$\mathcal{B}$	1	1
	0	0

Valeurs de (U)		$\mathcal{B}$ 0
$\mathcal{A}$	0	1
	1	0

C'est un axiome de logique qui est généralement adopté (logique d'Aristote) mais qui est rejeté dans la logique intuitionniste (Brouwer, Heyting) qui sont donc plus exigeants dans leurs démonstrations.

Alors, avec deux assertions $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ et leurs négations, on peut former 4 implications, mais deux seulement sont à démontrer :

Si $\mathcal{A} \Longrightarrow \mathcal{B}$ est un théorème (T) de la théorie, $\mathcal{B}' \Longrightarrow \mathcal{A}'$ est le même théorème sous l'énoncé contraposé. Si $\mathcal{B} \Longrightarrow \mathcal{A}$ est aussi un théorème (R), $\mathcal{A}' \Longrightarrow \mathcal{B}'$ est le même théorème ; (T) et (R) sont dits *réciproques* l'un de l'autre ; leur ensemble s'écrit au choix :

$$\mathcal{A} \Longleftrightarrow \mathcal{B} \text{ ou } \mathcal{B} \Longleftrightarrow \mathcal{A},$$
$$\text{ou } \mathcal{A}' \Longleftrightarrow \mathcal{B}' \text{ ou } \mathcal{B}' \Longleftrightarrow \mathcal{A}'$$

Les assertions $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ sont alors dites logiquement *équivalentes* dans la théorie.

Nota : Le mot « équivalent » caractérise des relations qui ont les trois propriétés :

réflexivité : $\mathcal{A}$ équivalent à lui-même ;

symétrie « $\mathcal{A}$ équivalent à $\mathcal{B}$ » exprime aussi « $\mathcal{B}$ équivalent à $\mathcal{A}$ ».

transitivité : $\mathcal{A}$ équivalent à $\mathcal{B}$ et $\mathcal{B}$ équivalent à $\mathcal{C}$ entraîne $\mathcal{A}$ équivalent à $\mathcal{C}$.

Ce que nous venons de dire suffit pour faire comprendre comment l'on peut formaliser les démonstrations de mathématiques élémentaires, au moins en partie ; disons plutôt, les schématiser.

Quantificateurs. — La logique en intention, comme la logique en extension que nous allons introduire, ne peut être utilisée en mathématiques sans que l'on précise les objets du référentiel auxquels s'applique une fonction propositionnelle, faute de quoi on ne pourra pas former les théorèmes de la théorie, puisqu'il faut avoir attribué une valeur « vrai » à l'assertion. Par exemple, s'il s'agit de triangles, dire « x à 3 angles » est vrai pour tous les éléments du référentiel, c'est-à-dire, est vrai *quel que soit x*, mais dire « x est isocèle » est vrai pour certains éléments du référentiel. Une fonction propositionnelle n'est utilisable dans une théorie que s'il *existe* dans le référentiel *au moins un élément* pour lequel l'assertion est vraie. D'où les deux notions :

Le quantificateur universel « *pour tout élément du référentiel* » l'assertion $\mathcal{A}$ est vraie.

$$\forall x, \; \mathcal{A} \text{ est vrai}$$

(On lit souvent « *quel que soit x* »).

Le quantificateur existentiel « *Il existe au moins un élément du référentiel tel que* » $\mathcal{A}$ est vrai

$$\exists x, \; \mathcal{A} \text{ est vrai.}$$

Nous obtenons alors la logique en intention, à deux valeurs et quantifiée.

2) *Logique en extension. Algèbre des ensembles.*

Nous avons en partant du référentiel, évité d'employer le mot « ensemble ». En effet, bien qu'il corresponde à la notion intuitive de collection, d'amas, d'agrégat, le terme est réservé en mathématiques aux êtres ayant les propriétés que nous allons indiquer (ce qui en constitue une définition axiomatique).

Nous considérons toujours un référentiel ; nous nommons par des lettres minuscules, a, b ou x, des éléments (objets) de ce référentiel ; on les nomme aussi « points » ou « atomes » de la théorie. Les ensembles seront notés au moyen de majuscules E, A, B. On définit dans la théorie une *relation d'appartenance* d'un élément du référentiel à un ensemble, on la note

$a \in E$ « a appartient à E ».

La négation de cette assertion se note à $\notin$ E.

La relation *d'inclusion* d'un ensemble A dans un ensemble E est la relation définie par $\forall x$,

$$[x \in A] \Longrightarrow (x \in E)$$

(quel que soit l'élément x du référentiel, l'assertion « x appartient à A,» implique « x appartient à E »). Cette relation se note

$A \subset E$ ou $E \supset A$ « A est inclus dans E ».

Opérations.

1) *La complémentarité.* — Si A est inclus dans E, le complément de A par rapport à E, que l'on note $\complement_E$ A est défini par,

$$\forall x,\ x \in E,\ [x, \notin A \Longrightarrow x \in \complement_E A]$$

Lorsqu'il n'y a pas d'ambiguïté, l'on note le complémentaire sans indice $\complement$ A ou encore A'. L'on a $(A')' = A$.

Le passage de A à son complémentaire est une opération de la logique des ensembles qui correspond à la négation de la logique en intention.

2) *L'intersection* de deux ensembles est l'opération qui, à deux ensembles A et B (définis à partir du même référentiel), associe un ensemble J par la relation dont le premier membre est la conjonction de deux assertions $\forall x$, $[(x \in A)\ \&\ (x \in B)] \Longleftrightarrow (x \in J)$.

On note cette opération $J = A \cap B$.

L'intersection, dans la théorie des ensembles correspond donc à la conjonction de la logique en intention.

3) *La réunion* de deux ensembles A et B d'éléments du même référentiel est l'opération qui, au couple A, B, associe l'ensemble R défini par

$$\forall x,\ [(x \in A) \vee (x \in B)] \Longleftrightarrow (x \in R),$$

c'est-à-dire que R est formé des éléments appartenant ou à A, ou à B, ou aux deux. Cette opération de réunion dans la théorie des ensembles correspond donc à la disjonction de la logique des assertions.

Les trois opérations ainsi définies ne sont pas indépendantes car l'on a, si A et B sont inclus dans E,

$$A \cup B = \complement(\complement A \cap \complement B)$$

ou, utilisant l'autre notation pour le complémentaire :

$$A \cup B = (A' \cap B')'.$$

Un modèle qui concrétise dans un dessin ces opérations sur les ensembles est connu sous le nom de *diagramme de Venn* : il consiste à représenter les éléments du référentiel par les points d'un plan et

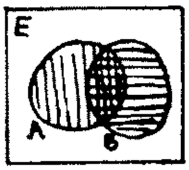

fig 1

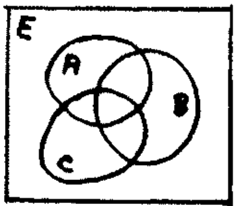

fig 2

chaque ensemble E, A, B par l'intérieur d'une courbe fermée sans point multiple. Par exemple, sur la figure ci-dessus, nous montrons deux sous-ensembles A et B et inclus dans E ; la partie quadrillée représente l'intersection $A \cap B$, et la partie qui n'est pas restée blanche représente la réunion $A \cup B$.

A l'aide de ce diagramme, l'on voit sans peine les propriétés évidentes (qu'il faut prendre comme axiomes de la théorie). La réunion et l'intersection sont toutes deux *commutatives* :

$$A \cup B = B \cup A, \quad A \cap B = B \cap A$$

en outre $\quad A \cup A = A \quad$ et $\quad A \cap A = A$

En faisant le diagramme relatif à trois sous-ensembles de E, on vérifie (mettre des couleurs sur les régions !) que la réunion et l'intersection sont toutes deux *associatives*.

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C) \text{ et } (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

et *chacune est distributive par rapport à l'autre*

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \text{ et } A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C).$$

Il faut noter que ces propriétés ne distinguent aucunement l'une de l'autre des deux opérations notées $\cup$ et $\cap$. La distinction apparaît lorsque l'on introduit la complémentarité : en effet, l'intersection d'un ensemble et de son complémentaire est vide, tandis que leur réunion est E lui-même. On note l'ensemble vide $\varnothing$ (lettre scandinave)

donc $\quad A \cap A' = \varnothing$, $A \cup A' = E$.

en outre, $A \cup \varnothing = A$ et $A \cap \varnothing = \varnothing$

enfin $\quad A \cup E = E$ et $A \cap E = A$

$(\varnothing)' = E$.

L'ensemble des parties A, B ... L de E est dit *muni d'une structure d'Algèbre de Boole*, du nom du créateur de la logique en extension (Les Lois de la Pensée 1854), exemple le plus fondamental des algèbres ayant une telle structure.

Une expression de l'algèbre de Boole est l'indication d'opérations qui, dans l'algèbre des ensembles, ont pour résultat un ensemble. Les propriétés des opérations permettent des simplifications par exemple :

$$X = (A \cap B)' \cap (A \cup B) = (A' \cup B') \cap (A \cup B) = = (A \cap B') \cup (A' \cap B).$$

Il est important au point de vue logique (plus qu'au point de vue des mathématiques pures) de connaître un procédé régulier, automatique, permettant de reconnaître si deux expressions booleiennes sont égales. Ceci résulte de l'unicité d'une certaine forme nommée *forme canonique* (comparable à ce point de vue à l'écriture d'une expression algébrique sans dénominateurs sous la forme d'un polynôme où les termes semblables sont réduits et qui est ordonné).

Pour définir la forme canonique, utilisons le diagramme de Venn. Tout sous-ensemble X peut être considéré, et d'une seule façon, comme réunion des plus petites parties déterminées par les sous-ensembles (ou lettres) A, B, ..., L qui figurent dans l'expression, parties qui sont disjointes deux à deux et dont la réunion est E. (On dit qu'elles constituent une *partition* de E). Appelons ces parties des *parties élémentaires*. On les exprime comme intersection des éléments A, B ... L de l'expression ou de leurs complémentaires. Ainsi, pour deux lettres A et B, il y a 4 parties élémentaires.

$$A \cap B,\ A \cap B',\ A' \cap B,\ A' \cap B'$$

Pour trois lettres A, B, C, le diagramme déjà dessiné montre 8 parties élémentaires : $A \cap B \cap C$, $A' \cap B \cap C$, $A \cap B' \cap C$, $A \cap B \cap C'$
$A' \cap B' \cap C'$, $A \cap B' \cap C'$, $A' \cap B \cap C'$,
$A' \cap B' \cap C$.

Une expression étant donnée, des calculs simples permettent de la mettre sous forme d'union de ces parties élémentaires. Dans l'exemple donné au paragraphe précédent, on trouvait

$$X = (A \cap B)' \cap (A \cup B) = (A \cap B') \cup (A' \cap B) ;$$

On a ainsi mis X sous forme canonique s'il s'agit de deux lettres A et B.

Si X intervient dans une expression qui contient une autre lettre C, on devra introduire celle-ci, ce qui se fera au moyen de l'égalité

$$X = (X \cap C) \cup (X \cap C')$$

Le théorème d'unicité est utilisé en statistique pour comparer des données concernant un grand nombre de sous-ensembles (Par exemple on a pu classer les individus d'une population en buveurs de lait bien portants, vieux et malades, jeunes et buveurs de vin, jeunes malades buveurs de lait, etc., etc... et l'on veut éclaircir la situation et faire des comparaisons avec d'autres enquêtes).

Mais le théorème nous intéresse au point de vue logique si nous revenons à la logique en intention. *La déduction de la logique en intention correspond à l'inclusion en logique en extension, laquelle s'exprime par une égalité d'expressions booleiennes.*

En effet, si A est l'ensemble des objets du référentiel qui ont la propriété $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ l'ensemble des objets du même référentiel qui ont la propriété $\mathcal{B}$, l'implication

$$\mathcal{A} \Longrightarrow \mathcal{B}$$

est logiquement équivalente à

$$\forall x,\ x \in A \Longrightarrow x \in \mathcal{B}$$

c'est-à-dire

$$A \subset B$$

(A inclus dans B).

Or ceci s'exprime par $A = A \cap B$, ou $B = A \cup B$, ou mieux, sous forme canonique, $A \cap B' = \varnothing$.

Il en résulte que, par des calculs d'algèbre qui peuvent être confiés à une machine, l'on peut contrôler si deux assertions de la logique élémentaire (logique d'Aristote) sont équivalentes, on peut, par mise sous forme canonique, éclaircir des situations compliquées par des conditions variées (Ceci est utilisé en pratique pour certaines questions concernant par exemple les assurances sur la vie).

3) La liaison entre les deux logiques élémentaires se fait lorsque l'on pose : « Considérons l'ensemble A des éléments du référentiel qui ont la propriété $\mathcal{A}$ ». Cette phrase est valable si $\mathcal{A}$ est une *propriété collectivisante*, c'est-à-dire si elle permet de distinguer dans le référentiel les éléments x qui papartiennent à A et les éléments y qui ne lui appartiennent pas :

$$x \in A \quad \text{et} \quad y \notin A \Longleftrightarrow y \in \complement A$$

Ceci peut soulever des difficultés très graves. D'abord, il se peut qu'on puisse démontrer qu'aucun élément du référentiel ne vérifie $\mathcal{A}$ on a dit déjà qu'alors A est *l'ensemble vide* $A = \varnothing$; dans ce cas, tout élément du référentiel est tel que « non $\mathcal{A}$ » soit vrai dans la théorie : $\forall x$ « non $\mathcal{A}$ » est vrai (1).

On montre au contraire que A n'est pas vide en prouvant qu'il existe au moins un élément du référentiel qui vérifie $\mathcal{A}$:

$$\exists\ x,\ \mathcal{A} \text{ vrai } (2)$$

Mais le cas litigieux est celui où, dans une théorie, on n'a pu démontrer ni (1) ni (2). Si l'on ignore s'ils sont démontrables, l'on peut parler de l'ensemble A comme hypothèse de travail. Si (1) est vrai, on est souvent conduit à modifier la théorie pour rendre $\mathcal{A}$ collectivisante en adjoignant au référentiel de nouveaux éléments construits axiomatiquement à l'aide de $\mathcal{A}$: Nous reviendrons plus loin sur ce procédé essentiel de *l'extension* d'une théorie.

Si (2) est démontré, A est non vide. Mais d'autres difficultés surgissent presqu'aussitôt, car l'on pose : « Soit x un élément de A ; par les opérations de la théorie, on en déduit $f(x)$, etc ». Pour que ceci ait un sens précis, il faut que quelque procédé soit implicitement supposé permettant de distinguer cet élément x parmi les autres éléments de A. Ceci n'offre pas de difficulté si, par exemple, A ne contient qu'un nombre fini d'éléments ou est dénombrable, mais, pour des ensembles très généraux, c'est une forme de l'*Axiome du choix* et ses conditions de validité sont matière à discussion.

Lorsque l'on a pu exprimer le contenu d'une théorie dans le langage de la logique en extension, le symbolisme est sans ambiguïté et la formalisation plus claire que dans la logique en intention. De nombreux énoncés de définitions ou de théorèmes sont maintenant rédigés dans la langue des ensembles sous une forme particulièrement claire.

III. Comparaison des théories. Modèles.

a) *Théories équivalentes* : Si deux théories $\mathfrak{T}$ et $\mathfrak{T}'$ sont telles que tout élément du référentiel de chacune a un associé dans le référentiel de l'autre (correspondance biunivoque), si chaque signe opératoire ou relationnel de l'une a de même un associé dans l'autre et si toute relation vraie de l'une se traduit par une relation vraie dans l'autre, l'on dit que ces théories définissent sur les deux référentiels une correspondance par *isomorphie* ; les deux théories sont deux traductions d'une théorie unique pour le mathématicien qui ne se préoccupe pas de l'objet sur lequel il travaille mais seulement des relations entre ces objets. Ramenées par traduction au même référentiel, on obtient des *théories équivalentes* ; elles ne diffèrent donc que par le mode d'exposé adopté. Les référentiels isomorphes constituent des *modèles* de la même théorie abstraite.

b) Si une théorie $\mathfrak{T}$ a une image isomorphe dans $\mathfrak{T}'$ mais si $\mathfrak{T}'$ a en outre des éléments et signes sans associés dans $\mathfrak{T}$, l'on dit que $\mathfrak{T}'$ est une *théorie plus forte* que $\mathfrak{T}$. On est amené alors à confondre dans les notations les éléments et signes de $\mathfrak{T}$ avec leur image, par « abus de langage » ou « abus de notation ». Par exemple la théorie des nombres relatifs (positifs et négatifs) est plus forte que la théorie des nombres absolus (sans convention de signe) : on confondra nombres absolus avec leurs images, les nombres positifs. Autre exemple : la géométrie euclidienne métrique habituelle est plus forte que la géométrie affine (où la distance n'est pas définie entre deux points quelconques) ; les signes qui sont introduits en géométrie affine sont conservés en géométrie métrique de sorte que tout théorème de géométrie affine est un théorème de géométrie métrique.

La théorie la plus riche est dite *un modèle* de la théorie la moins riche. Si la théorie la plus riche est mieux connue que l'autre, plus intuitive, ou ayant elle-même un modèle approximatif dans le concret, son usage est naturellement commode pour l'étude de $\mathfrak{T}$. Mais il y a mieux : toute relation qui, dans $\mathfrak{T}$ est vraie ou fausse, a la même valeur « vrai » ou « faux » dans $\mathfrak{T}'$, de sorte que si elle est démontrée « vraie » dans $\mathfrak{T}'$, elle est aussi vraie dans $\mathfrak{T}$. C'est ainsi que l'on démontre souvent en géométrie élémentaire des théorèmes de géométrie affine par des considérations de géométrie métrique (par exemple des propriétés affines des parallélogrammes par application des cas d'égalité des triangles). De même, la géométrie affine est une théorie plus forte que la géométrie projective, et l'on démontre souvent des théorèmes projectifs en utilisant le théorème de Thalès (qui appartient à la géométrie affine). On préfère, si c'est possible et point trop compliqué, démontrer un théorème avec les moyens mêmes de la théorie étudiée, comme le demandait Chasles pour la géométrie projective ; mais il n'est pas toujours facile de déterminer quelle est la théorie la plus faible où un système est vrai : ainsi le fait que les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes se démontre élémentairement au moyen de parallèles, donc du postulat d'Euclide ; or en réalité, ce théorème est vrai même si l'on n'adopte pas cet axiome, c'est-à-dire en géométrie de Lobatchewsky, ce qui n'a rien d'évident.

Pour prouver qu'une propriété $\mathfrak{P}$ est *indépendante* de l'ensemble $\mathfrak{A}$ des axiomes d'une théorie $\mathfrak{T}$, c'est-à-dire, que $\mathfrak{P}$ n'appartient pas à $\mathfrak{T}$, l'on doit construire un modèle, théorie où tous les axiomes de $\mathfrak{T}$ sont vérifiés, avec d'autres éventuellement, et où $\mathfrak{P}$ n'est pas vraie. En effet, si $\mathfrak{P}$ fait partie de $\mathfrak{T}$, $\mathfrak{P}$ est vraie dans tous les modèles où les axiomes de $\mathfrak{T}$ sont vrais. C'est ainsi que le modèle de Poincaré prouve que l'axiome d'Euclide sur l'unicité de la parallèle n'appartient pas à la théorie définie par les axiomes qui précèdent l'axiome en question.

Donnons maintenant quelques exemples de théories isomorphes, nous ne faisons qu'indiquer le début du dictionnaire qui définit la correspondance.

1er *exemple*.

Référentiel Ensemble des nombres réels	Référentiel Ensemble des nombres positifs
0	1
1	10
2	100
a	a'
b	b'
$a + b$	$a'.b'$
(associatif, commutatif)	(associatif, commutatif)

C'est à partir de ceci que l'on construit la théorie des logarithmes.

2e *exemple*

Points sur un axe	Nombres réels
Point 0	nombre 0
Points M, A	nombres x, a

Translation ($\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{OA}$) addition de a ($x' = x + a$).

L'addition de a se nomme souvdnt par abus de langage « translation » dans les nombres réels. La translation dans le plan serait une théorie trop riche pour l'addition de a dans l'ensemble des nombres réels, mais elle est équivalente à l'addition de a dans l'ensemble des nombres complexes.

3e *exemple*

En géométrie métrique, trois symétries S_1, S_2, S_3 d'axes concourants inclinés à 60°	Permutations sur le triplet de trois lettres a, b, c
Symétrie S_1	$\left\{\begin{matrix} a \rightarrowtail a \\ b \rightarrowtail c \\ c \rightarrowtail b \end{matrix}\right.$ $\mathcal{T}_1$
Symétrie S_2	$\left\{\begin{matrix} a \rightarrowtail c \\ b \rightarrowtail b \\ c \rightarrowtail a \end{matrix}\right.$ $\mathcal{T}_2$
Symétrie S_3	$\left\{\begin{matrix} a \rightarrowtail b \\ b \rightarrowtail a \\ c \rightarrowtail c \end{matrix}\right.$ $\mathcal{T}_3$

$$S_1 \times S_2 \times S_3 = S_3 \ldots \ \mathcal{T}_1 \times \mathcal{T}_2 \times \mathcal{T}_3 = \left\{\begin{matrix} a \rightarrowtail c \\ b \rightarrowtail b \\ c \rightarrowtail a \end{matrix}\right. = \mathcal{T}_2$$

4) Un autre exemple classique associe à tout point sa polaire par rapport à un cercle, des points *alignés* correspondant à des droites *concourantes*.

Mais un modèle peut aissi être une théorie physique T' dont les propriétés purement physiques n'interviennent naturellement pas (théorie plus riche) mais qui contient l'image d'une théorie mathématique.

Exemple :

Interrupteurs d'un circuit électrique	Propriétés d'une logique bivalente en intention
Interrupteurs A, B	.... Propriétés $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$,
Interrupteur fermé	.... valeur 1
Interrupteur ouvert	.... valeur 0
Montage en série	.... Disjonction $\mathcal{A}$ v $\mathcal{B}$
Montage en parallèle	.... Conjonction $\mathcal{A}$ & $\mathcal{B}$

Ceci donne une idée de la possibilité d'un *calcul analogique* utile pour l'étude des circuits électriques compliqués ; on traduit du reste la logique en intention en calcul des ensembles comme nous l'avons vu.

Un autre exemple extrêmement important pour certaines applications est la possibilité de traduire des théories analytiques au moyen d'un modèle algébrique. Ainsi, la transformation de Laplace associe à une fonction $h(t)$ une fonction $F(x)$ par la formule :

$$F(x) = \int_0^{+\infty} h(t)\, e^{-tx}\, dt.$$

En supposant $h(0) = 0$, la formule d'intégration par partie donne la correspondance ci-jointe où la dérivation correspond à une multiplication et l'intégration à une division. Cette correspondance se poursuit pour d'autres propriétés. Ceci donne naissance au *calcul symbolique* très utile en électricité et en mécanique des fluides par exemple.

$h(t)$	$F(x)$
$h'(t)$	.. $x . F(x)$
$h''(t)$	.. $x^2\, F(x)$
$\int_0^t h(t)\, dt$ ..	.. $\frac{1}{x} . F(x)$

Ces quelques exemples montrent bien l'un des caractères les plus essentiels des mathématiques modernes : la *multivalence* de leurs théories, le fait que leur forme abstraite est susceptible de multiples modèles, d'où une grande économie de pensée.

c) *Extension d'une théorie.* — On enrichit le référentiel d'une théorie en créant de nouveaux éléments. *A l'intérieur même de la théorie*, un nouvel élément *se définit par construction*, ce qui assure son existence en même temps que l'on détermine un ensemble de propriétés caractéristiques de cet élément ; il ne reste alors qu'à lui choisir une *dénomination*, et, éventuellement un symbole. Par exemple, connaissant la théorie des parallèles, on définit ainsi un parallélogramme. En géométrie dans l'espace, en tout point A d'un plan (P) on définit une droite perpendiculaire au plan. On démontre qu'il existe une droite perpendiculaire en un point A à deux droites du plan, puisque cette droite $x'Ax$ ne dépend pas des deux droites choisies dans (P) ; alors on nomme cette droite *la* perpendiculaire en A au plan et on note $x'Ax \perp (P)$. De même, en arithmétique des nombres entiers, on démontre *l'existence* d'un diviseur commun à deux nombres qui est plus grand que tous les autres diviseurs communs, et on le note p. g. c. d. La définition ne peut être considérée comme entièrement satisfaisante que si l'on indique un procédé pour le *déterminer effectivement* après un nombre fini d'opérations (algorithme d'Euclide) ; le p. g. c. d. est alors défini *par construction*.

Mais que faire si l'on démontre l'existence d'un élément de la théorie sans pouvoir le déterminer effectivement par un nombre fini d'opérations ? On étendra le sens du mot « construction » ; la démonstration d'existence permet en général du reste une détermination *approximative* de l'élément défini. Ainsi la démonstration du fait qu'une série est convergente indique comment en obtenir la somme par des approximations qui se poursuivraient indéfiniment. (Ne parlons pas du cas où il faudrait les poursuivre transfinime t !)

Au contraire, la définition d'un élément fait passer d'une théorie à *une théorie plus forte* si la création de l'élément munit le référentiel complété de propriétés que n'avait pas le référentiel primitif. On doit alors définir l'élément nouveau par ces propriétés que l'on veut introduire : c'est la *définition par axiomatisation*. La seule condition imposée est que toutes les propriétés de l'ancien référentiel soient conservées, c'est-à-dire, que les propriétés introduites soient compatibles avec les anciennes. *Cette création de théories de plus en plus fortes par extension* est la méthode même de l'expansion des mathématiques. On dit qu'on « plonge » ou qu'on « immerge » l'ancien référentiel dans un référentiel plus étendu.

Toute l'histoire du nombre, en particulier, est l'extension de la théorie des entiers naturels aux nombres fractionnaires, aux nombres relatifs, aux nombres algébriques. Le passage aux nombres complexes (imaginaires) n'est une extension que si l'on ne considère pas la relation d'ordre comme relation de la théorie envisagée car elle ne subsiste pas pour ces derniers nombres introduits. Ainsi les Egyptiens, pour que la division de l'unité par un entier, 3 par exemple, soit faisable, créèrent den ouveaux nombres, les *quantièmes*, et la notation  (pour un tiers) ; mais la somme de ces quantièmes n'était pas un nombre ! Les Grecs créèrent ces nombres qui manquaient : il fallait des couples d'entiers (fractions) avec une condition d'équivalence entre ces fractions (p. ex. $\frac{2}{3} \equiv \frac{4}{6} = \frac{6}{9}$ etc.).

Un nombre *rationnel est un ensemble des fractions équivalentes*. Mais la géométrie demanda qu'on attribue une racine à l'équation $x.x = 2$ qui n'en avait pas. On sait qu'Eudoxe recula devant l'introduction franche de *l'irrationnelle* pour des raisons métaphysiques, une notion *a priori* de l'existence qui se limitait à des ensembles finis de nombres entiers ; mais la science passa outre : elle ne pouvait pas éviter cette création sans des complications que le VI^{e} Livre d'Euclide (qui est d'Eudoxe) montre bien et, ce nombre introduit, on adopta le symbole $\sqrt{2}$... Les besoins de la science exigent inexorablement l'introduction de nouveaux éléments, de nouveaux symboles. Pour que l'ensemble des nombres réels soit, en un sens que la topologie indique, *complet*, il a fallu introduire les nombres transcendants ; puis pour que cet ensemble soit *compact*, on introduit deux nombres notés $+\infty$ et $-\infty$. L'ensemble des *nombres réels* est alors considéré comme achevé ; les autres nombres que l'on introduit ne sont plus appelés nombres réels !

En géométrie, la droite était considérée comme un élément donné globalement que l'on a analysé comme ensemble de points : c'est précisément cette analyse qui a enrichi la notion de nombre réel. Pour nous, maintenant, la droite réelle est définie comme l'ensemble de ses points, comme modèle de l'ensemble des nombres réels : elle a donc deux points qui correspondent respectivement à $+\infty$ et $-\infty$.

Mais, en géométrie projective, on considère que ce couple de points à l'infini définit *un* élément nommé « *le* » point à l'infini de la droite ; alors un plan a « une droite de l'infini ». En géométrie anallagmatique (ou géométrie de l'inversion), l'espace est considéré comme ayant *un* seul point à l'infini, commun à toutes les droites et tous les plans. En géométrie algébrique, l'on définit des points, droites, plans imaginaires correspondant à des nombres imaginaires (ou complexes). Ainsi même dans le champ des mathématiques élémentaires, les exemples d'extension de théories abondent.

MARIAGES.

Notre Camarade Michel de **Buffévent**, Ingénieur Général des Ponts et Chaussées fait part du mariage de M. Georges de **Buffévent**, Ingénieur-Elève des Ponts et Chaussées, son fils, avec Mlle Lydie de **Lestrange**. Versailles le 16 décembre 1961.

Notre Camarade Raymond **Cheradame**, Ingénieur Général des Mines, fait part du mariage de M. Hervé **Cheradame**, Ingénieur E.N.S.C.B., son fils, avec Mlle Françoise **Marabout**. Paris le 22 décembre 1961.

DÉCÈS.

Notre Camarade Gérard **Colas**, Ingénieur en Chef des Ponts et Chaussées, fait part du décès de Mme Gaston **Colas** sa mère, le 1er décembre 1961.

On nous prie de faire part du décès de M. **Griveaud**, Ingénieur en Chef des Ponts et Chaussées en retraite à Nantes.

On nous prie de faire part du décès de M. Maurice **Jarlier**, Ingénieur général des Mines, survenu le 31 décembre 1961, à Paris.

On nous prie de faire part du décès de M. Jean **Fronsard**, Inspecteur général des Ponts et Chaussées en retraite, survenu le 3 janvier 1962, à Paris.

AMICALE D'ENTRAIDE AUX ORPHELINS DES INGÉNIEURS DES PONTS ET CHAUSSÉES ET DES MINES

Il est rappelé à tous les Camarades qu'ils peuvent, en adhérant à l'AMICALE, prémunir leurs enfants, grâce à l'entr'aide mutuelle, contre les conséquences, si souvent désastreuses, du décès du père de famille.

GRANDEUR et SERVITUDE des DISTRIBUTIONS D'EAU

par Pierre **FAISANDIER**

Ingénieur des Ponts et Chaussées en disponibilité

J'ai lu avec un très vif intérêt l'article du Camarade H. **Mathieu** paru dans le Bulletin du P.C.M. d'octobre 1961 : le sujet traité est caractérisé à la fois par son importance et par la relative ignorance qu'ont à son égard beaucoup de camarades. Cela s'explique aisément : agir par soi-même est plus passionnant que contrôler les autres ; aussi beaucoup d'Ingénieurs des Ponts et Chaussées — et un petit effort de mémoire me permet de les comprendre parfaitement — préfèrent-ils s'occuper des travaux, et laisser à d'autres le soin d'assurer les contrôles souvent ingrats. Qu'en résulte-t-il ? des situations fort diverses : parfois les dossiers correspondants attendent humblement, sur le bureau de l'Ingénieur, que vienne leur tour d'être examinés... Ailleurs, c'est au Génie Rural qu'est laissé le contrôle de régions nettement urbaines.

Mais, puisque **Mathieu** a eu la bonne idée d'aborder le sujet, et d'éclairer sa face *« côté Administration »*, il m'a paru opportun d'abord de l'en remercier publiquement, puis d'éclairer la face, qui peut être légèrement différente, que nous appellerons « côté distributeur ». Tel est le but des modestes réflexions qui suivent :

⁂

Voyons d'abord le schéma proposé : d'un côté une société puissante (capitaliste, bien sûr !) « dotée d'un service contentieux, riche d'une documentation étendue... » ; de l'autre une collectivité sans compétence et sans moyens, à qui seule l'intervention d'un contrôle efficace peut éviter la passation des contrats léonins.

La réalité est-elle conforme à ce schéma un peu... caricatural ? Heureusement non : les responsables communaux, s'ils ne sont pas toujours au courant des données techniques et financières de leurs problèmes, savent fort bien défendre leurs administrés, et obtenir à chaque occasion des avantages importants. De son côté, une Compagnie concessionnaire, qui ne se maintient et s'étend que grâce à une solide réputation de compétence et d'honnêteté, se doit de ne faire de contentieux qu'en face de gens d'absolue mauvaise foi : le service qui porte ce nom redoutable est surtout occupé à faire rédiger des actes de ventes...

Et puis, il ne faut s'hypnotiser sur la divergence d'intérêt qui sépare collectivité et distributeur. En cherchant bien, on trouverait des divergences semblables dans tout acte que l'on accomplit dans la vie quotidienne, depuis l'achat d'un bifteck jusqu'à la vente d'un immeuble. Mais dans le cas qui nous préoccupe il y a, sous un certain angle, une évidente communauté d'intérêt, puisque le distributeur n'a de raison d'être — et de subsister — que s'il assure une bonne exploitation dans les meilleures conditions possibles. Il s'agit souvent d'une véritable association, transcrite dans les contrats par le jeu des ristournes ou des comptes de partage ; les collectivités et services du contrôle gagneraient à mieux comprendre cette convergence d'intérêts, en stimulant l'exploitant et en l'aidant à améliorer le rendement de son service au bénéfice de tous, au lieu de le considérer comme un intrus dont il importe seulement de limiter le bénéfice. Quant à nous, nous affirmons que la notion de service public est constamment présente à l'esprit d'un concessionnaire digne de ce nom : ce n'est pas par hasard que ses responsables ont souvent fait leurs premières armes au service d'une Administration.

Qu'on ne vienne pas en déduire que tout contrôle est inutile : il est évident que l'exécution des clauses contractuelles doit être vérifiée. Et d'ailleurs, lorsqu'il s'agit de discuter les termes d'un contrat, les distributeurs sont souvent bien heureux d'avoir en face d'eux, non seulement les représentants des collectivités, mais des ingénieurs qui parlent le même langage qu'eux et qui, techniciens et objectifs comme eux, partageront plus volontiers des avis étayés par une analyse *exacte des moyens et des besoins.*

⁂

Comme le dit justement **Mathieu**, le contrat (de concession, d'affermage...) est une pièce fondamentale, qui engage l'avenir : à ce stade, le service du contrôle a un rôle essentiel à jouer, et ce rôle sera bénéfique pour tous si le contrôleur raisonne objectivement, sans sectarisme et sans parti pris.

Première difficulté : le choix de l'exploitant. La mise en concurrence est souvent indispensable ; mais la politique du « moins disant » déjà critiquable en matière de travaux publics, devient ici absurde : la qualité du service rendu (et ce terme général englobe la parfaite qualité du « produit » à livrer ; dans des cas de plus en plus fréquents cette qualité ne peut être assurée qu'au prix d'opérations de traitement délicates et multiples, où la compétence ne s'improvise pas), le bon entretien des installations et la bonne entente avec les autorités sont des impératifs qui justifient un choix basé sur tout autre chose que sur un prix unitaire. L'exploitant d'un service d'eau doit pouvoir mettre à la disposition de la collectivité des moyens techniques spécialisés : en personnel d'abord (ingénieurs, agents techniques, chimistes spécialisés, électriciens, mécaniciens) en matériel ensuite. Il est par suite fondamental de connaître exactement l'importance des moyens dont pourra disposer chaque candidat ; ce n'est qu'ensuite qu'il faut juger les prix proposés en fonction du prix de revient : pour ces deux tâches le service du contrôle, particulièrement bien placé, doit jouer un rôle essentiel.

Abordons à présent les divers modes d'exploitation : **Mathieu** ayant dit en quelques mots ce qu'il fallait dire de la régie, restent les trois modes possibles : concession, affermage, gérance.

A la « belle époque » où les capitaux privés étaient abondants et bon marché, la concession était de règle, et le concessionnaire transformait son capital en usines ou conduites, dont l'amortissement était assuré par le prix de vente de l'eau ; de telles concessions duraient 50, 80 voire 99 années !

On pourrait bien sûr faire de même aujourd'hui (encore que la seule mention de « capital » privé à rémunérer éveille chez certains une hostilité de principe). Mais les prêts des caisses publiques se font à des taux plus faibles que les emprunts privés, pour ces deux raisons fort simples que les premiers puisent seuls aux ressources des caisses d'épargne, et qu'ils sont par surcroît exonérés de tous les impôts qui frappent les seconds : de ce fait les collectivités ont en général intérêt, pour diminuer les charges qui pèsent sur le prix de l'eau, à emprunter elles-mêmes, et à assurer l'exécution de tous les travaux neufs ; telle est la justification de l'évolution constatée. Il ne faut pas croire que cette solution soit particulièrement souhaitée par les distributeurs d'eau eux-mêmes : la concession ne leur fait pas peur, toutes les fois que les avantages évidents de rapidité et de souplesse que présente l'investissement privé leur permettent de compenser le handicap fiscal qu'ils supportent. Mais pour les raisons que je viens d'exposer, il se trouve que l'apport de capital demandé au distributeur privé est généralement réduit à des participations qui ne représentent qu'une fraction des investissements totaux. En fait, par conséquent, bien des contrats actuels tiennent à la fois de la concession et de l'affermage ; bien que la distinction semble alors délicate, ce sont plutôt des concessions, car l'exploitant est amené, la plupart du temps, à immobiliser des capitaux assez importants et souvent irrécupérables.

Lorsque l'initiative et la charge des investissements incombent à la collectivité, le prix de vente de l'eau comprend à la fois la rémunération du fermier — correspondant aux dépenses d'exploitation — et une surtaxe, librement fixée par la collectivité qui permet de faire face à la charge des emprunts. Dès lors on voit mal l'intérêt de la gérance, qui ne donne à la collectivité aucune liberté réelle supplémentaire, malgré le mode de rémunération du gérant, en principe indépendant des recettes du service d'eau. Comme le dit **Mathieu**, la différence entre gérance et affermage est, dans une certaine mesure, de pure forme ; cette différence formelle présente cependant l'inconvénient de compliquer la rémunération de l'exploitant, d'alourdir sensiblement la charge fiscale du service, et parfois de rendre l'exploitant indifférent aux résultats financiers ou techniques du service.

Affermage ou gérance, c'est la collectivité qui paie les travaux neufs. Par qui seront-ils exécutés ? Par le fermier ? Horreur, cela devient un monopole ! Après adjudication ? Egale horreur, car la collectivité n'a pas les moyens de faire contrôler tous les travaux ni d'assurer la bonne homogénéité des matériaux choisis et de leur mise en œuvre, et alors l'exploitation réservera de fort mauvaises surprises. En réalité, là comme ailleurs, un compromis est nécessaire ; il faut que le fermier ait un monopole absolu pour toutes les petites extensions, branchements, etc. : c'est indispensable pour la qualité des ouvrages et leur entretien ultérieur, pour la garantie de leur bonne exécution, pour la sécurité du service, et aussi pour les agents du fermier qui doivent être utilisés en dehors des cas, malgré tout exceptionnels, de réparations de fuites. Pour les travaux importants, on admet généralement que les canalisations soient exécutées par le fermier, les travaux de génie civil après appel d'offres et sous la surveillance du fermier. Le tout est de trouver une formule qui permette de fixer un prix raisonnable pour les gros travaux de canalisations. Il y a de nombreuses formules possibles, et je sais par expérience qu'en aucun cas le fermier ne peut abuser de son monopole.

Et maintenant, parlons durée : limiter un contrat (même de gérance) à 6 ou 7 ans, c'est le lier à la vie d'une municipalité, donc lui donner un caractère politique qu'il ne doit pas avoir. Et si certaines communes regrettent d'être liées pour longtemps à un fermier, c'est qu'elles en ont choisi un mauvais (il peut y en avoir) peut-être précisément le moins disant ! Il faut dire aussi que, vu de l'extérieur, quand on ne pense ni à l'encadrement du service local, ni au renouvellement, ni aux charges financières, le bilan du service d'eau paraît parfois largement bénéficiaire, et bien des maires regrettent de ne pas disposer de cette merveilleuse source (apparente...) de millions.

D'autre part, une bonne exploitation suppose toujours des installations fixes importantes, indépendantes du réseau de distribution affermé : bureaux, magasins, ateliers, parcs à fonte, et surtout logements de la plupart des agents (chacun sait que tout agent déplacé doit pratiquement être logé par son employeur, qui doit acheter le local correspondant). On voit mal comment un contrat de 10 ans permettrait d'amortir, je ne dis pas tout le capital, mais simplement la perte que l'on fait inévitablement en achetant et revendant tous ces immeubles. A l'heure actuelle, les Préfets sont habilités à approuver des contrats de

30 ans : il semble que ce soit une durée raisonnable. Mais on nous dira, non moins raisonnablement, qu'il est téméraire de préjuger d'un si grand avenir. Peut-être ; alors il suffit de prévoir une révision de prix possible au bout de 10 ou 15 ans, l'exploitant devant être amené à présenter alors toutes justifications utiles.

Nous retrouvons là une question posée par le blocage des prix, qui est d'ailleurs, à mon avis, une véritable monstruosité quand il dépasse une action brutale et de courte durée, parfois nécessaire. Ce blocage oblige toutefois à réfléchir à bien des problèmes, et notamment à l'adaptation des prix au progrès de la productivité. Selon certains cette adaptation doit se faire par l'introduction d'un terme fixe dans la formule de révision : c'est absolument faux, et personne n'a réussi à justifier ce terme fixe. Il faut laisser à la formule de révision son rôle initial, qui est d'adapter le prix de vente à l'évolution des éléments du prix de revient, et tenir compte de l'accroissement de la productivité au moyen de critères sérieux : rabais croissant avec la consommation totale ou unitaire, révision périodique citée ci-dessus, etc...

⁂

Je voudrais, pour terminer, relever une affirmation bien pessimiste de **Mathieu :** les concessionnaires remettent des réseaux « à bout de souffle » en fin de contrat. Dieu merci, les fins de contrat n'arrivent pas tous les jours, ce qui limite certainement l'expérience personnelle de chacun, et celle des distributeurs eux-mêmes qui, s'ils font bien leur métier, doivent maintenir jusqu'au dernier jour leurs réseaux en bon état d'entretien. Mais — ô paradoxe — l'expérience contraire n'est-elle pas plus conforme à la réalité ? Les collectivités ne font-elles pas appel à un distributeur spécialisé lorsque leurs réseaux fuient de toute part et qu'un rendement de 0,3 ou 0,4 rend leur exploitation impossible ? Au concessionnaire alors de redonner du souffle au moribond...

D'ailleurs la solution proposée par **Mathieu** supprime, de ce côté, tout danger pour la collectivité : il conseille de proroger les contrats bien avant leur date d'expiration. C'est effectivement une excellente méthode, qui assure une continuité que j'estime rigoureusement indispensable. Mais même si la prolongation était accordée le jour même de l'échéance, le concessionnaire accepterait, prouvant ainsi que le réseau est encore bien capable d'assurer son service.

⁂

Ce court article n'appelle pas de conclusion : Il n'avait pas la prétention d'épuiser le sujet, ni même de répondre à l'article du Camarade **Mathieu** qui faisait très clairement le point de la question, avec un souci d'objectivité auquel il faut rendre hommage.

L'exposé, un peu décousu, de ces quelques idées, prétend lui aussi à une grande objectivité : s'il y a parfois des divergences, c'est que la réalité a de multiples aspects ; c'est ce qui fait tout son charme, et aussi le charme des confrontations d'idées entre gens de même formation et de bonne foi. Puissent ces quelques lignes réussir à rapprocher, grâce à une grande connaissance réciproque, les points de vue du « contrôleur » et du « contrôle », qui ont tant de bon travail à faire ensemble.

Après avoir pris connaissance de l'article du Camarade FAISANDIER, *le Camarade* H. MATHIEU *pense devoir y répondre par les quelques lignes ci-après.*

L'exposé du point de vue d'un distributeur vient utilement compléter l'exposé du point de vue d'un contrôleur. Le lecteur qui a un problème à résoudre fera la juste part de l'un et de l'autre ; cette juste part dépend des circonstances propres à chaque affaire.

Le Camarade **Faisandier** présente le point de vue d'un distributeur, non seulement avec esprit, mais aussi avec l'élévation de pensée dont il est coutumier. Il a résolument opté pour une ligne d'action dynamique, selon laquelle une Compagnie concessionnaire se maintient et s'étend grâce à une solide réputation de compétence et d'honnêteté ; ce qui s'oppose à la formule également possible consistant, dans les cas extrêmes, à se maintenir grâce à des contrats de très longue durée et s'étendre à la faveur de l'incompétence ou la négligence des contractants et des contrôleurs. Sa formule est la seule conforme à la notion de service public dont il affirme à juste titre qu'elle est constamment présente à l'esprit d'un concessionnaire digne de ce nom. Est-il besoin de dire qu'elle recueille mon entière adhésion ? Elle fait en outre apparaître que les Ingénieurs de notre Corps peuvent, en quittant l'Administration, utilement continuer à servir l'intérêt général.

Faisandier formule un certain nombre d'observations et de suggestions portant sur des points particuliers bien précis. Les unes et les autres me paraissent intéressantes, étant bien entendu qu'à mon avis — et, je pense, également au sien — il ne peut exister aucune formule universellement valable. Il existe en France des milliers de services de distribution ; c'est dire que l'on y rencontre non seulement n'importe qui, mais également n'importe quel problème et n'importe quelle situation. C'est le rôle du service de contrôle que de tenir compte des circonstances propres à chaque affaire et des expériences faites par ailleurs, en vue de guider au mieux et en connaissance de cause la collectivité intéressée.

H. Mathieu,
Ingénieur des Ponts et Chaussées
à Evreux.

VARIÉTÉS

DIVAGATIONS dans le Vocabulaire des Voies de Communication (suite)

par HÉRILLE

Voie. — Tant chevalcherent e **veies e chemins** — Qu'en Sarraguce descendent **suz** un if (Chanson de Roland).

En français la forme latine via ne s'emploie qu'adverbialement : Paris-Londres via Calais. Via est devenu régulièrement veie, puis voie. Comme le latin via, le français voie a des sens très étendus : voie publique et privée, voie ferrée et voie d'eau, voies respiratoires et d'autres moins nobles, voie administrative et contentieuse, voies de droit et de fait. Tous les corps de métier se sont emparés du terme et l'ont traité à leur façon. Une voie d'eau peut être un canal de navigation ou une brèche dans la coque d'un navire. Naguère, c'était la charge d'un porteur d'eau, une trentaine de litres en deux seaux. Voie n'est guère employé pour désigner une route, si ce n'est en quelques expressions traditionnelles : la Voie sacrée est la route de Bar-le-Duc à Verdun. Les techniciens de la route entendent par voie le chemin de roulement d'une file de véhicules.

Voie ferrée est en concurrence avec chemin de fer, avec des nuances de sens et des particularités d'emploi. La voie est comme sur la route le chemin de roulement. A propos du train qui roule sur la voie, notons un phénomène assez fréquent. Le mot train a été formé chez nous, sur traîner. Il est passé en Angleterre, et il en est revenu avec un sens nouveau. Le train des équipages est français, le train de voyageurs ou marchandises est en quelque mesure anglais. Le trantran est bien français, mais train a déteint sur lui : il devient le traintrain.

La famille de voie est nombreuse et intéressante. Voyage est le doublet de viatique, l'argent ou les provisions du pélerin. Convoyer, dévier, envoyer, représentent des mots latins de basse époque, tandis que convoi, envoi, dévoyer, fourvoyer, sont de formation française. Il est probable que le voyou, dont le nom rime avec filou et grigou, est le mauvais garçon posté sur la voie, avec des intentions moins innocentes que celles du stoppeur. Ce qui est sur la voie se voit bien, est évident, obvious. Viabilité est un mot savant, âgé d'un siècle, qui télescope viabilité, aptitude à vivre.

Malgré l'exemple de Sully, qui ne dédaigne pas le titre de grand voyer, et des personnes qui ne songent pas à changer leur nom bien français de Voyer, les agents-voyers nés de la loi de 1836 ont voulu s'appeler ingénieurs du service vicinal. Voyer est un intrus dans la famille de voie. C'est en langue d'oui, comme viguier en langue d'oc, le doublet de vicaire, apparenté au premier terme de vice-président. Le voyer était un officier de justice. C'est à un voyer que Charlemagne, dans la Chanson de Roland, donne mission de pendre trente otages. Lorsque le voyer fut chargé de l'entretien des voies, et l'assonance aidant, le sens moderne est apparu, au XVI[e] siècle. La fonction du voyer était la voirie. Ce mot en vint à désigner la décharge publique, ce qui explique que service de voirie soit parfois synonyme de service de nettoiement des voies publiques.

Les Annales des Mines de Décembre 1961

M. L. **Lambert** décrit le **procédé L.D.** d'affinage à l'oxygène des **Fontes phosphoreuses appliqué à Pompey** et souligne les excellents résultats obtenus.

M. F. **Callot** poursuit son étude sur l'**Industrie minière Sud-Africaine.** Il décrit les productions des minerais suivants : charbon, diamant, amiante, cuivre, platine, manganèse, fer, chrome et donne quelques indications sur les trois principales industries de transformation : sidérurgie, ferro-alliages, synthèse des hydrocarbures.

Après une étude du fonctionnement de la zone inférieure du haut-fourneau, M. **Fourt** dans son article sur l'**Examen d'une voie de traitement des minerais de fer,** étudie les conditions de l'utilisation économique des mécanismes de transfert d'oxygène ; et recherche, parmi les appareils métallurgiques, ceux qui se prêtent le mieux à la réalisation de ces conditions.

Chroniques et divers :

- Statistiques mensuelles des productions minière et énergétique.
- Métaux, minerais et substances diverses.
- Technique et sécurité minières.
- Bibliographie.
- Données économiques diverses.

L'Imp. de l'Anjou, 21, Bd. Dumesnil, Angers - Dépôt légal 1er trim. 1962, N° 760 - Com. Pap. Presse N° 33.087 - Le Gérant : M. DREYFUS